

PROPUESTA TRABAJO FINAL

ÁREA: ANÁLISIS FUNCIONAL.

DIRECTOR: DR. JORGE TOMÁS RODRÍGUEZ.

TEMA: GEOMETRÍA DE LOS ESPACIOS L_p .

Introducción

Unos de los primeros espacios vectoriales normados en ser estudiados fueron los espacios de sucesiones ℓ_p y los espacios de funciones L_p . En particular, los espacios ℓ_p aparecieron en varias ramas del análisis mucho antes del desarrollo de la teoría de espacios vectoriales normados. Una consecuencia inmediata de la importancia de estos espacios, y el rol central que cumplen en el análisis, es que en la actualidad hay un entendimiento relativamente profundo de su geometría.

La geometría de los espacios L_p es un tema complejo y muy rico. Es en este contexto que varios conceptos y teorías, centrales en el estudio de la geometría de los espacios de vectoriales normados, fueron concebidos. Ejemplo de esto son las nociones de *tipo* y *cotipo* o la teoría general de interpolación de espacios de Banach.

Objetivos

El objetivo principal de esta propuesta de trabajo es estudiar y desarrollar algunas de las propiedades geométricas de los espacios L_p . En particular se prestara especial atención a estructura local de estos espacios. Esto será utilizado para ver como ciertas propiedades geométricas de los espacios L_p se trasladan a otros espacios vectoriales normados con una estructura local similar.

Plan de trabajo

En una primer etapa el estudiante consultara la bibliografía especializada sobre la geometría de los espacios L_p , material que será discutido en reuniones. Una vez familiarizado con los conceptos centrales del tema se estudiaran las aplicaciones de las nociones geométricas de los espacios L_p a otros espacios vectoriales normados.

Articulación con estudios de postgrado

En caso de desear desarrollar estudios de postgrado una vez finalizado el trabajo final, este tema presenta varias oportunidades distintas. Al ser los espacios L_p un tema central en análisis, la realización de un trabajo final en este tema sirve como base para realizar estudios de postgrado en diferentes ramas del análisis, como Análisis Armónico, Análisis de Fourier, Análisis Funcional y Análisis Real. Mas aún, los espacios L_p tienen una gran importancia en otras áreas de la matemática, como en Ecuaciones Diferenciales donde aparecen de manera natural en el estudio de ciertas ecuaciones (por ejemplo las que involucran el operador elíptico p -Laplaciano) o en Teoría de Probabilidades donde la norma p -ésima de una variable aleatoria una forma alternativa de presentar el momento p -ésimo de la misma.

References

- [JL] W. B. Johnson y J. Lindenstrauss. *Handbook of the geometry of Banach spaces. Vol. I.* Elsevier (2001).
- [L] D. R. Lewis. *Finite dimensional subspaces of L_p .* Studia Math. 63 (1978), 207–212.
- [LR] J. Lindenstrauss y H. P. Rosenthal. *The \mathcal{L}_p spaces.* Israel Journal of Mathematics 7.4 (1969): 325–349.
- [PR] A. Pełczyński and H. Rosenthal. *Localization techniques in L_p spaces.* Studia Math. 52 (1975), 265–289.