

PROPUESTA TRABAJO FINAL

ÁREA: ANÁLISIS FUNCIONAL.

DIRECTOR: DR. JORGE TOMÁS RODRÍGUEZ.

TEMA: ULTRAPRODUCTOS DE ESPACIOS DE BANACH.

Introducción

Los ultraproductos son una construcción fundamental en Teoría de Modelos que ha tenido un gran impacto en varias áreas de la matemática, como en Álgebra, Teoría de Conjuntos y Análisis. En particular, en espacios de Banach, el uso de ultraproductos a llevado a la solución de varios problemas abiertos. También ha dado una nueva perspectiva y un entendimiento más profundo de varios resultados conocidos. Ha hecho más clara la relación entre varios resultados de la teoría local de espacios de Banach y algunos resultados generales.

Objetivos

El estudio de ultraproductos de espacios de Banach está estrechamente relacionado con distintos aspectos de la teoría moderna de espacios de Banach, como la teoría local y la geometría de los espacios de Banach. El objetivo de este trabajo, además de estudiar los ultraproductos de espacios de Banach, es investigar algunos de los avances en Análisis Funcional de la últimas décadas vinculados con los ultraproductos.

Plan de trabajo

Inicialmente se estudiarán las nociones básicas relacionadas con el tema. Utilizando como referencia principal el artículo de S. Heinrich [H]. En función de lo estudiado, y la afinidad del estudiante con los temas, se procederá a estudiar con mayor profundidad alguna de las aplicaciones de los ultraproductos en Análisis Funcional. Aplicaciones que pueden variar desde el estudio de propiedades geométricas de espacios de Banach hasta la extensión de polinomios y funciones holomorfas.

Articulación con estudios de postgrado

Los ultraproductos de espacios de Banach es un tema que aparece seguido en las investigaciones de los especialistas del área de Análisis Funcional. Además de los múltiples ejemplos mencionados en el artículo de S. Heinrich [H], se encuentran las funciones holomorfas en espacios de Banach [LR], álgebras de Banach y amenabilidad [D], desigualdades polinomiales [RO] e ideales de polinomios y funciones multilineales [FH]. Por esta razón realizar un trabajo final sobre ultraproductos de espacios de Banach, además dar un adelanto fidedigno sobre en que consiste realizar investigación en Análisis Funcional, provee una buena base en esta área.

References

- [D] M. Daws. *Amenability of ultrapowers of Banach algebras*. Proceedings of the Edinburgh Mathematical Society (Series 2) **52** (2009), 307–338.
- [FH] K. Floret y S. Hunfeld. *Ultrastability of ideals of homogeneous polynomials and multilinear mappings on Banach spaces*. Proceedings of the American Mathematical Society **1305** (2002), 1425–1435.
- [H] S. Heinrich, *Ultraproducts in Banach space theory*. J. Reine Angew. Math. **313** (1980), 72–104.
- [LR] M. Lindström y R. A. Ryan, *Applications of ultraproducts to infinite dimensional holomorphy*. Math. Scand. **71** (1992), 229–242.
- [PeR] A. Pełczyński y H. Rosenthal, *Localization techniques in L_p spaces*. Studia Math. **52** (1975), 265–289.
- [RO] J. T. Rodríguez, *On the norm of products of polynomials on ultraproduct of Banach spaces*. J. Math. Anal. Appl. **421** (2015), no.2, 805–816.