

**Universidad Nacional del Centro  
de la Provincia de Buenos Aires  
Facultad de Ciencias Exactas**

Programa de Contenidos correspondiente a la asignatura:

---

## Elementos de Lógica y Teoría de Conjuntos

---

Carreras: Licenciatura en Ciencias Matemáticas y Profesorado en Matemática.

Cursada: 2012-2013 (primer cuatrimestre).

Carga horaria: 3 hs de teoría y 3 hs práctica

Profesor a cargo: Dr. Sergio Celani

### Objetivos

En esta asignatura se tiene como objetivo fundamental introducir al estudiante los principios básicos de la Lógica Proposicional, el lenguaje del Cálculo de Predicados y algunas nociones elementales de la semántica de Primer Orden. Estas herramientas son aplicadas a introducir desde un punto de vista axiomático la Teoría de Conjuntos y como a partir de ella se pueden introducir los números naturales, los números enteros, los racionales y finalmente los números reales. También se pretende definir y estudiar los principios básicos de la teoría de los conjuntos cardinales, su aritmética y algunas equivalencias del Axioma de Elección.

### Contenidos

#### Lógica Proposicional y Lógica de Predicados

- I. Elementos de Lógica Proposicional. Lenguajes. Conectivos proposicionales. Fórmulas. Subfórmulas. Semántica del Cálculo Proposicional. Valuaciones. Equivalencia Lógica. Sustituciones. Fórmulas satisfacibles. Tautologías y Contradicciones. Tablas de verdad. Relación entre tablas de verdad y valuaciones. Consecuencia semántica. Propiedades. Teorema de la deducción semántica. Axiomas del Cálculo Proposicional Clásico. Reglas de deducción. Completitud y Corrección del Cálculo Proposicional Clásico.
- II. Elementos de Lógica de Predicados. Sintaxis de los Lenguajes de Primer orden. Términos. Fórmulas atómicas. Fórmulas del Cálculo de Predicados. Variables libres y ligadas. Alcance de un cuantificador. Términos libres para una variable. Fórmulas cerradas. Semántica del Cálculo de Predicados. Estructuras de Primer Orden. Sustituciones. Noción de verdad en una estructura. Equivalencia. Consecuencia lógica.

## Teoría Axiomática de Conjuntos

- IV. Algunas paradojas de la Teoría elemental de Conjuntos. Necesidad de axiomatizar la teoría de Conjuntos. Primeros axiomas. Axioma de extensionalidad. Axioma del Conjunto vacío. Axioma de Pares. Axioma de la Unión. Axioma del conjunto de partes. Axioma de Reemplazo.
- V. Relaciones y Funciones. Pares Ordenados. Relaciones. Funciones. Relaciones de equivalencia. Conjunto Cociente.
- VI. Relaciones de Orden. Conjuntos ordenados. Elementos distinguidos en conjuntos ordenados. Mínimos, máximos, cotas inferiores, superiores, supremo e ínfimo. Retículos. Álgebras de Boole. Conjuntos Bien Ordenados. Principio de Inducción Transfinita o Segundo Principio de Inducción para conjuntos Bien Ordenados.
- VII. Axioma del conjunto infinito. Números Naturales. Sistemas de Peano. Teorema de Recursión. Aritmética de los Números Naturales. Números Enteros. Aritmética de los números Enteros. Orden en los números Enteros. Números Racionales. Aritmética de los Racionales. Orden en los números Racionales. Construcción de los números Reales por cortaduras de Dedekind.
- VIII. Conjuntos equipotentes. Propiedades. Teorema de Cantor-Berstein. Conjuntos finitos y Conjuntos infinitos. Definición de conjunto infinito según Dedekind. Comparación con la definición tradicional. Definición de Conjuntos finitos según Tarski. Conjuntos contables e incontables. Números Cardinales. Conjuntos Contables. Aritmética Cardinal. Orden en los números Cardinales.
- IX. Axioma de regularidad. Algunas aplicaciones básicas. Axioma de Elección. Algunas equivalencias del Axioma de Elección.

## Bibliografía

1. C. Badesa, I. Jane y R. Jansana, *Elementos de Lógica Formal*, Ed. Ariel, 1998.
2. Cameron, Peter J. 8. *Sets, Logic and Categories*, Springer, New York, 1999.
3. Cignoli, R., *Una introducción a la teoría axiomática de conjuntos*, Talleres Gráficos Red Olímpica, Buenos Aires, 2002.
4. R. L. Causey, *Logic, set and recursion*, Jones and Bartlett Mathematics, Revised Ed. 2001
5. C. A. Di Prisco, *Una introducción a la Teoría de Conjuntos*. Centro de Lógica Epistemología e Historia de la Ciencia, Colección CLE, Vol. 27, 1997.
6. H. Enderton, *Elements of Set Theory*, Academic Press, 1977.
7. P. R. Halmos, *Naive set Theory*, Springer-Verlag, 1974.

8. Hrbacek, K. y Jech, T. Introduction to Set Theory. 3<sup>a</sup> Ed. Marcel Dekker, 1999.
9. R. R. Stoll, *Set Theory and Logic*, Dover, 1979.
10. P. Suppes, *Axiomatic Set Theory*, Dover, 1972.